Arkusz 2.

Klucz odpowiedzi do zadań zamkniętych

Numer zadania	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
Odpowiedź	B	A	B	BD	AD	A	C	B	PF	FP	BC	FF	FP	FP	TB	TB

1 punkt – wskazanie poprawnej odpowiedzi
0 punktów – odpowiedź niepoprawna lub brak odpowiedzi

Przykładowe rozwiązania zadań zamkniętych

Zadanie 1. (0–1)

Bok kwadratu (jego długość nazwiemy a) jest podzielony na trzy części, których długości to: $\frac{2}{5}a$, $\frac{1}{5}a$ i $\frac{2}{5}a$.
Każdy szary prostokąt ma boki o długościach $\frac{1}{5}a$ i $\frac{2}{5}a$, więc suma pól tych prostokątów jest równa
$4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{5}a^2 = \frac{8}{25}a^2 = 0{,}32a^2$
Poprawna odpowiedź: B.

Zadanie 2. (0–1)

Panu Henrykowi nie przydał się patyczek o długości 14 cm, bo z pozostałymi patyczkami nie może utworzyć trójkąta.
$14 > 8 + 4$ $\quad$ $14 > 8 + 5$ $\quad$ $14 > 4 + 5$
Pozostają patyczki 4 cm, 5 cm i 8 cm.
4 cm + 5 cm + 8 cm = 17 cm
Poprawna odpowiedź: A.

Zadanie 3. (0–1)

$\frac{6\text{ cm}}{4{,}8\text{ cm}} = \frac{60}{48} = \frac{5}{4}$
Dzisiejsza trasa jest $\frac{5}{4}$ razy dłuższa niż wczorajsza.
$\frac{5}{4} \cdot 40 = 50$, więc trasę tę Wojtek pokona w 50 min.
Poprawna odpowiedź: B.

Zadanie 4. (0–1)

Liczba 36 to nieco więcej niż jedna dziesiąta liczby 351, zdjęć z Karpacza jest więc około 10%.
Liczba 140 to więcej niż jedna trzecia, ale mniej niż połowa liczby 351, z Pojezierza Suwalskiego pochodzi więc około 40% zdjęć.
Poprawna odpowiedź: BD.

Zadanie 5. (0–1)

Liczba $(5 - 10)(5 - 100)(5 - 1000)$ jest iloczynem trzech liczb ujemnych, jest więc ujemna.
Liczba $(50 - 10)(50 - 100)(50 - 1000)$ jest iloczynem liczby dodatniej i dwóch liczb ujemnych.
$(50 - 10)(50 - 100)(50 - 1000) > 0$
Liczba $(500 - 10)(500 - 100)(500 - 1000)$ jest iloczynem dwóch liczb dodatnich i jednej ujemnej.
$(500 - 10)(500 - 100)(500 - 1000) < 0$
$(50 - 10)(50 - 100)(50 - 1000) > (500 - 10)(500 - 100)(500 - 1000)$
Poprawna odpowiedź: AD.

Zadanie 6. (0–1)
Wynik pierwszego działania jest równy $0{,}5x$. Po drugim działaniu otrzymano $1{,}5 \cdot 0{,}5x = 0{,}75x$.
Poprawna odpowiedź: A.

Zadanie 7. (0–1)

$w_1 = \sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ $\qquad$ $w_2 = \sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$

$w_3 = \sqrt{\frac{25}{9}} + \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3} + \frac{5}{3} = \frac{10}{3} \neq 1$ $\qquad$ $w_4 = \sqrt{\frac{25}{4}} - \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = \frac{2}{2} = 1$

Poprawna odpowiedź: C.

Zadanie 8. (0–1)
Współrzędne punktów zaznaczonych na rysunku: (1, 5), (2, 6), (3, 3), (3, 4), (4, 3), (5, 1), (6, 2).
Iloczyn współrzędnych każdego z tych punktów: 5, 12, 9, 12, 12, 5, 12.
Poprawna odpowiedź: B.

Zadanie 9. (0–1)
Gdyby ten rok nie był przestępny, luty miałby 28 dni, a wtedy 1 marca przypadałby w ten sam dzień tygodnia co 1 lutego i – podobnie – 13 marca w ten sam dzień tygodnia co 13 lutego.
Pierwsze zdanie jest prawdziwe.
Jeśli 13 marca przypadał w sobotę, to 14 dni później, 27 marca też. I dalej: 28 – niedziela, 29 – poniedziałek, 30 – wtorek, 31 – środa.
Skoro 1 kwietnia przypadał w czwartek, to 15 kwietnia także. 13 kwietnia, dwa dni wcześniej – wtorek.
Drugie zdanie jest fałszywe.
Poprawna odpowiedź: PF.

Zadanie 10. (0–1)
Z wykresu można odczytać, że o godzinie 17:00 poziom wody w Ósemce był równy 230 cm, czyli o 70 cm mniej niż poziom alarmowy.
Pierwsze zdanie jest fałszywe.
Najwyższy poziom zaznaczony na wykresie (290 cm, czyli o 10 cm poniżej alarmowego) został zapisany o godzinie 21:00.
Drugie zdanie jest prawdziwe.
Poprawna odpowiedź: FP.

Zadanie 11. (0–1)
Od godziny 7:20 do północy upływa 16 h 40 min.
16 h 40 min = $16 \cdot 60$ min + 40 min = 1000 min
3000 s = $50 \cdot 60$ s = 50 min
Od południa upłynęło 50 min, czyli zegar wskazuje 12:50.
Poprawna odpowiedź: BC.

Zadanie 12. (0–1)
Wartość liczby 10^6 zapisujemy jako jedynkę i sześć zer. Wszystkich cyfr jest 7.
Pierwsze zdanie jest fałszywe.
Wartość liczby 10^3 ma cztery cyfry, $5^3 = 125$ ma ich trzy.
Drugie zdanie jest fałszywe.
Poprawna odpowiedź: FF.

Zadanie 13. (0–1)
Cała bryła składa się z siedmiu sześcianów, więc jej objętość jest siedem razy większa od objętości sześcianu.
Pierwsze zdanie jest fałszywe.

Powierzchnia sześcianu składa się z sześciu ścian.
Powierzchnia bryły składa się ze ścian sześcianów znajdujących się na wierzchu (zasłonięte są wszystkie ściany wewnętrznego sześcianu i te ściany zewnętrznych sześcianów, które łączą się z wewnętrznym sześcianem).
Sześć sześcianów zewnętrznych ma po pięć odsłoniętych ścian.
$6 \cdot 5 = 30$
Wszystkie ściany, które bierzemy pod uwagę, są kwadratami tej samej wielkości.
Drugie zdanie jest prawdziwe.
Poprawna odpowiedź: FP.

Zadanie 14. (0–1)

Prawdopodobieństwo wylosowania kulki zielonej jest równe $\frac{1}{2}$, więc zielone kulki stanowią połowę wszystkich kulek. Czerwonych kulek jest tyle samo co zielonych.
Pierwsze zdanie jest fałszywe.
Jeśli dołożymy jedną kulkę zieloną i jedną kulkę czerwoną, nadal zielonych kulek będzie tyle samo co czerwonych. Prawdopodobieństwo wylosowania zielonej kulki będzie równe $\frac{1}{2}$.
Drugie zdanie jest prawdziwe.
Poprawna odpowiedź: FP.

Zadanie 15. (0–1)

Odwrotność liczby 0,99 to $\frac{1}{0{,}99} = \frac{100}{99}$, a to jest liczba większa od 1.
Poprawna odpowiedź: TB.

Zadanie 16. (0–1)

Kartka miała boki o długości 15 cm (bo 60 : 4 = 15). Bok odciętego kwadratu ma 5 cm (bo 20 : 4 = 5).
Ta część obwodu wyjściowej kartki, która ubyła przy odcięciu małego kwadratu, składa się z dwóch odcinków po 5 cm. Fragment obwodu powstały w miejscu wycięcia też składa się z dwóch odcinków po 5 cm.
Poprawna odpowiedź: TB.

Przykładowe rozwiązania zadań otwartych i schemat punktowania

Numer zadania	Przykładowe sposoby rozwiązania zadań	Liczba punktów	Zasady przyznawania punktów
17.	$10 + 7 + 8 + 12 + 11 + 9 = 57$ – suma pierwotnego zestawu Obliczamy najmniejszą możliwą sumę powiększonego zestawu. $57 + 0 + 10 + 10 = 77$ Szacujemy najmniejszą możliwą średnią powiększonego zestawu. $\frac{77}{9} < \frac{90}{9} = 10$ Obliczamy największą możliwą sumę powiększonego zestawu. $57 + 9 + 99 + 99 = 264$	**(0–2)**	**2 punkty** przedstawienie pełnego uzasadnienia, że średnia powiększonego zestawu może być mniejsza od 10, ale nie może być większa od 30 **1 punkt** poprawny sposób ustalenia, czy średnia powiększonego zestawu może być mniejsza od 10 i czy może być większa od 30, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe **lub** przedstawienie pełnego

	Szacujemy największą możliwą średnią powiększonego zestawu. $\frac{264}{9} < \frac{270}{9} = 30$ Średnia arytmetyczna **zob.** *Teraz egzamin ósmoklasisty. Matematyka. Repetytorium*, s. 138		uzasadnienia, że średnia powiększonego zestawu może być mniejsza od 10 **lub** przedstawienie pełnego uzasadnienia, że średnia powiększonego zestawu nie może być większa od 30 **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania
18.	$\lvert\sphericalangle FCA\rvert = \gamma$ – kąty wierzchołkowe $\lvert\sphericalangle ABD\rvert = \lvert\sphericalangle FCB\rvert$ – kąty odpowiadające utworzone przez dwie proste równoległe przecięte trzecią prostą $\alpha = \lvert\sphericalangle ABD\rvert = \lvert\sphericalangle FCB\rvert = \lvert\sphericalangle FCA\rvert + \lvert\sphericalangle ACB\rvert = \gamma + \beta$ To należało pokazać.	**(0–2)**	**2 punkty** przedstawienie pełnego uzasadnienia **1 punkt** stwierdzenie, że kąty FCA i γ są równe jako kąty wierzchołkowe **lub** stwierdzenie, że kąty ABD i FCB są równe jako kąty odpowiadające **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania
19.	**Sposób I** Korzystamy z twierdzenia Pitagorasa i obliczamy długość przeciwprostokątnej BC. $\lvert AB\rvert^2 + \lvert AC\rvert^2 = \lvert BC\rvert^2$ $\lvert BC\rvert^2 = 8^2 + 6^2 = 100$ $\lvert BC\rvert = \sqrt{100} = 10$ [cm] Wyznaczamy wartość x. $x - 7 = 10$ $x = 17$ **Sposób II** Korzystamy z twierdzenia Pitagorasa i zapisujemy równanie ze zmienną x. $\lvert AB\rvert^2 + \lvert AC\rvert^2 = \lvert BC\rvert^2$ $8^2 + 6^2 = (x - 7)^2$ $100 = (x - 7)^2$ Ponieważ $x - 7$ jest długością boku trójkąta, wyraża się liczbą dodatnią. Powyższe równanie jest zatem równoważne równaniu: $10 = x - 7$. $x = 17$ **Odpowiedź:** Wartość x jest równa 17. Twierdzenie Pitagorasa **zob.** *Teraz egzamin ósmoklasisty. Matematyka. Repetytorium*, s. 98	**(0–2)**	**2 punkty** wyznaczenie wartości x **1 punkt** poprawny sposób wyznaczenia wartości x, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe **lub** obliczenie długości BC **lub** zapisanie równania ze zmienną x wynikającego z twierdzenia Pitagorasa **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

20.	**Sposób I** Obliczamy masę poszczególnych składników w zakupionej porcji mieszanki. $\frac{2}{2+5+3} \cdot 120 = 24$ [g] – orzechy włoskie $\frac{5}{2+5+3} \cdot 120 = 60$ [g] – orzechy nerkowca $\frac{3}{2+5+3} \cdot 120 = 36$ [g] – rodzynki Ustalamy, ile kilokalorii zawierają poszczególne składniki 120 g mieszanki. $\frac{24}{100} \cdot 650 = 156$ [kcal] – orzechy włoskie $\frac{60}{100} \cdot 560 = 336$ [kcal] – orzechy nerkowca $\frac{36}{100} \cdot 300 = 108$ [kcal] – rodzynki $156 + 336 + 108 = 600$ [kcal] **Sposób II** Obliczamy, ile kilokalorii zawiera 120 g każdego składnika mieszanki. $\frac{120}{100} \cdot 650 = 780$ [kcal] – orzechy włoskie $\frac{120}{100} \cdot 560 = 672$ [kcal] – orzechy nerkowca $\frac{120}{100} \cdot 300 = 360$ [kcal] – rodzynki Obliczamy, ile kilokalorii zawierają poszczególne składniki 120 g mieszanki. $\frac{2}{2+5+3} \cdot 780 = 156$ [g] – orzechy włoskie $\frac{5}{2+5+3} \cdot 672 = 336$ [g] – orzechy nerkowca $\frac{3}{2+5+3} \cdot 360 = 108$ [g] – rodzynki $156 + 336 + 108 = 600$ [kcal] **Odpowiedź:** Zakupiona porcja „Mieszanki uczniowskiej” zawiera 600 kcal.	**(0–3)**	**3 punkty** obliczenie wartości kalorycznej zakupionej porcji „Mieszanki uczniowskiej” **2 punkty** poprawny sposób obliczenia wartości kalorycznej zakupionej porcji „Mieszanki uczniowskiej”, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe **lub** obliczenie wartości kalorycznej każdego ze składników w porcji mieszanki **1 punkt** poprawny sposób obliczenia wartości kalorycznej każdego ze składników w porcji mieszanki, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe **lub** obliczenie masy poszczególnych składników w porcji **lub** obliczenie kaloryczności 120 g każdego ze składników **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania
21.	**Sposób I** $\frac{4}{9} \cdot 180 = 80$ – liczba kibicujących dziewcząt $10\% \cdot 80 = 8$ – liczba dziewcząt kibicujących Puchaczom $80 - 8 = 72$ – liczba dziewcząt kibicujących Krukom $\frac{72}{180} \cdot 100\% = 40\%$ **Sposób II** $\frac{4}{9} \cdot 180 = 80$ – liczba kibicujących dziewcząt $100\% - 10\% = 90\%$ – tyle procent dziewcząt kibicuje Krukom	**(0–3)**	**3 punkty** ustalenie, ile procent kibiców stanowiły dziewczęta kibicujące Krukom **2 punkty** poprawny sposób obliczenia, ile procent kibiców stanowiły dziewczęta kibicujące Krukom, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe **lub** obliczenie, ile dziewcząt kibicowało Krukom **1 punkt** poprawny sposób obliczenia, ile dziewcząt kibicowało

	$90\% \cdot 80 = 72$ – liczba dziewcząt kibicujących Krukom $\frac{72}{180} \cdot 100\% = 40\%$ **Odpowiedź:** Dziewczęta kibicujące drużynie Kruków stanowiły 40% wszystkich kibiców.		Krukom, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe **lub** obliczenie, ile wśród kibiców było dziewcząt **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania
22.	a – długość krawędzi podstawy (w centymetrach) k – długość krawędzi bocznej (w centymetrach) d – długość przekątnej podstawy (w centymetrach) Obwód podstawy ostrosłupa jest równy obwodowi ściany bocznej, więc: $4a = a + 2k$ $3a = 2k$ $k = 1{,}5a$ **Sposób I** Obliczamy długości krawędzi ostrosłupa. $4a + 4k = 100$ $4a + 4 \cdot 1{,}5a = 100$ $10a = 100$ $a = 10$ [cm] $k = 1{,}5 \cdot 10 = 15$ [cm] Obliczamy długość przekątnej podstawy. Korzystamy ze wzoru na przekątną kwadratu o boku *a*. $d = a\sqrt{2}$ $d = 10\sqrt{2}$ [cm] Stosujemy twierdzenie Pitagorasa do trójkąta prostokątnego równoramiennego o przyprostokątnych 10 cm i przeciwprostokątnej *d*. $d^2 = 10^2 + 10^2 = 200$ $d = \sqrt{200}$ $d = 10\sqrt{2}$ [cm] Porównujemy długość przekątnej podstawy z długością krawędzi bocznej. $d = 10\sqrt{2} = \sqrt{200}$ [cm] $k = 15 = \sqrt{225}$ [cm] $\sqrt{200} < \sqrt{225}$, więc $d < k$ **Sposób II** Porównujemy zależność długości krawędzi bocznej od długości krawędzi podstawy i zależność długości przekątnej podstawy od długości krawędzi podstawy. $k = 1{,}5a$ $d = a\sqrt{2}$ $1{,}41 \ldots < 1{,}5$, więc $d < k$	**(0–4)**	W wypadku użycia sposobu I: **4 punkty** obliczenie i porównanie długości przekątnej podstawy i krawędzi bocznej **3 punkty** poprawny sposób obliczenia i porównania długości przekątnej podstawy i krawędzi bocznej, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe **lub** obliczenie długości przekątnej podstawy i krawędzi bocznej **2 punkty** poprawny sposób obliczenia długości przekątnej podstawy i krawędzi bocznej, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe **lub** obliczenie długości krawędzi podstawy i krawędzi bocznej **1 punkt** poprawny sposób obliczenia długości krawędzi podstawy i krawędzi bocznej, ale rozwiązanie zawiera błędy rachunkowe **lub** ustalenie związku między długością krawędzi podstawy a długością krawędzi bocznej **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania W wypadku użycia sposobu II: **4 punkty** pełne rozwiązanie i uzasadnienie

	Odpowiedź: Przekątna podstawy nie jest dłuższa od krawędzi bocznej.		**3 punkty** ustalenie związku między długością krawędzi bocznej a długością krawędzi podstawy i związku między długością przekątnej podstawy a długością krawędzi podstawy oraz oszacowanie wartości $\sqrt{2}$ **2 punkty** ustalenie związku między długością krawędzi bocznej a długością krawędzi podstawy oraz ustalenie związku między długością przekątnej podstawy a długością krawędzi podstawy **1 punkt** ustalenie związku między długością krawędzi bocznej a długością krawędzi podstawy **lub** ustalenie związku między długością przekątnej podstawy a długością krawędzi podstawy **0 punktów** rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania